

Iskapper på Mars

Den nordlige iskappes stratigrafi og flydning



Ice Caps on Mars Stratigraphy and Flow of the Northern Ice Cap

Bachelorprojekt af
Mads Dam Ellehøj, Nanna Bjørnholt Karlsson og Peter Riddersholm Wang

Vejleder: Christine S. Hvidberg

3. Maj 2004

Forord

Dette projekt er lavet med udgangspunkt i en artikel af David Fisher [*Icarus* 144, 1999], og det primære mål har været at opstille en model, der kan beregne flydningen i Mars' nordlige iskappe ud fra den model, der er beskrevet i artiklen. En stor del af projektet har således bestået af at designe, programmere og teste Matlab-programmer. Vejleder på projektet er Christine Schøtt Hvidberg (Planetcentret på Københavns Universitet), der skal have en stor tak for hjælp og gode råd.

I rapporten vil iskappernes udseende først blive beskrevet kvalitativt, og der gives en kort introduktion til de anvendte begreber indenfor glaciologien. Derefter følger en præsentation af modellen, under hvilke forudsætninger den kan bruges og hvilke resultater der opnås. Til sidst en diskussion af resultaterne, samt en perspektivering til en evt. senere udvidelse af projektet. Arbejds-mæssigt har projektet været ligeligt fordelt, og vi har hver især bidraget med en tredjedel til det samlede resultat.

Mads Dam Ellehøj	Nanna Bjørnholt Karlsson	Peter Riddersholm Wang
ellehoj@fys.ku.dk	nannabk@fys.ku.dk	wang@fys.ku.dk
cpr-nr.:080681-1521	cpr-nr.:020582-2666	cpr-nr.:240281-1695

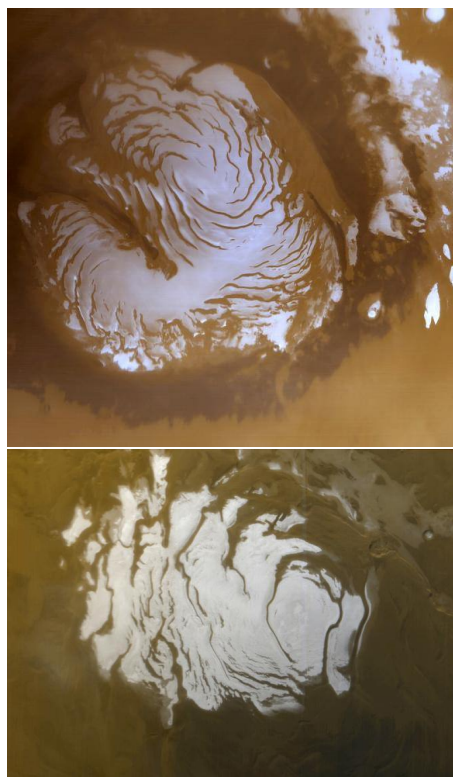
Indhold

1	Indledning	1
2	Mars og iskapperne på Mars	2
2.1	Scarps	2
2.2	Milankovitch-perioder og klimaet på Mars	3
2.3	Mola målinger fra Mars	4
3	Teoretisk baggrund	4
3.1	Flydemodeller for is	5
3.2	Vialovprofil og Glens flydelov	5
3.3	David Fishers Flydemodel	7
4	Modellen	9
4.1	Stabilitet af modellen	9
4.1.1	Temperaturfølsomhed	10
4.1.2	Tidsskridt og iterationer	11
5	Resultater	12
5.1	Modellen for Mars' nordlige iskappe	14
5.2	Bevægelige scarps	17
5.3	Tidsafhængighed af temperaturen	18
5.4	Sammenligning med billeder fra Mars	20
6	Diskussion	22
6.1	Mulighed for videreudvikling	23
6.2	De katabatiske vindes indflydelse på iskappens form	23
7	Konklusion	24
8	Referencer	25
9	Appendix	27
9.1	Implicit metode	27
9.2	Hastighedsprofil og partikelbaner	28
9.3	Flowcharts	29

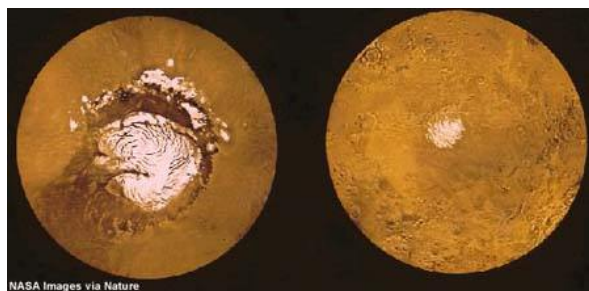
1 Indledning

Formålet med dette bachelorprojekt er at opstille en model, der kan beregne flydningen i en iskappe, specielt med fokus på Mars' nordlige iskappe, idet denne er gennemskåret af mange skrænter, kaldet scarps. Vi vil forsøge at genskabe David Fishers resultater, under antagelse af en speciel form for nedbørsmønster - kaldet akkublationsmodellen. For at efterprøve modellen vil den også blive brugt under terrestriske forhold således, at den kan sammenlignes med empiriske data fra Jorden.

Modellen bruges både hvor scarpsene antages ikke at bevæge sig, og hvor de får en lille hastighed (en såkaldt indbrændingshastighed) ind mod centrum af iskappen. Formålet med dette er at undersøge hvordan indbrændingshastigheden påvirker partikelbanerne, og om det kan forklare de diskontinuiteter i lagene, man kan observere på satellitbilleder. Endelig tilføjes en svingning i temperaturen i overensstemmelse med hvordan Mars' baneparametre ændres gennem tiden og dermed ændrer solindstrålingen ved polerne. Effekten af ændringerne i solindstrålingen er uafklaret, men det kan måske have en virkning på isens udbredelse, som en sammenligning med den almindelige kørsel gerne skulle påvise.



Figur 1: Mars' iskapper. Øverst den nordlige med en diameter på ca. 1100 km og nederst den hvide del (omkring 400 km) af den sydlige.

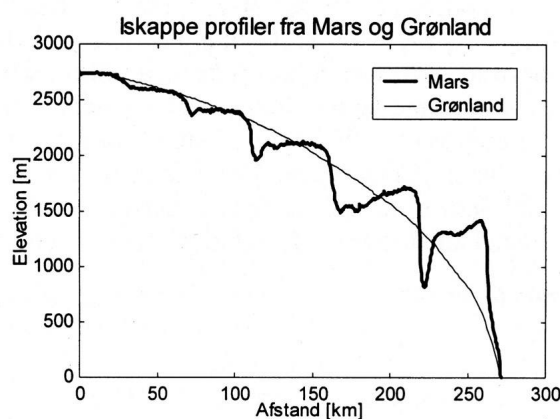


Figur 2: Den sydlige kappe ser væsentligt mindre ud end den nordlige, idet den er dækket af et støvlag.

2 Mars og iskapperne på Mars

Det har i mange år været kendt, at Mars' poler ligesom Jordens er dækket af is, og der har været og er stadig mange diskussioner om hvad isen består af, hvor gammel den er og hvilken rolle den spiller for Mars' klima. Med NASAs og ESAs missioner er det bl.a. blevet fastlagt at iskapperne er dækket af fast CO_2 . Der er dog grund til at antage, at de mest består af vandis, mens f.eks. støvindholdet stadig er ukendt [Clifford et al. 2000].

Et andet diskussionsemne er hvorvidt isen er dynamisk. Hvis man antager at isen flyder, er det muligt at beregne hvordan, ud fra samme principper som bruges til at beregne isflydning på Jorden, hvor alle iskapper og gletschere flyder i større eller mindre grad. Temperaturen på Mars' poler ligger dog næsten 100 K under temperaturen på Jordens poler, og som det senere vil blive vist, spiller temperaturen en afgørende rolle i flydningen. Både den nordlige og den sydlige iskappe på Mars er ca. 3 km højere end det omgivende terræn, men på grund af højdeforskellen mellem Mars' nordlige og sydlige halvkugle, ligger den sydlige iskappe flere kilometer højere og er dermed koldere. Den nordlige iskappe har en diameter på 1100 km. Den hvide del af den sydlige iskappe er betydeligt mindre end den nordlige, men det skyldes at resten af isen er dækket af et tykt lag støv, og dens diameter er i virkeligheden på 1500 km. Disse mål gælder kun for kapperne om sommeren, idet kapperne om vinteren er væsentligt større [Zuber et al. 1998].



Figur 3: Højdemålinger fra MOLA på Mars' nordlige iskappe, taget i et lodret tværsnit langs 160 graders østlig længde, der sammenlignes med et profil fra Grønland. Profilerne er repræsentative for iskapperne og går fra midten og ud til randen.

2.1 Scarps

Iskapperne på Mars er gennemskåret af mange små skrænter (kaldet scarps), som har en stor indflydelse på flydningen, idet ispartiklernes bane vil være afhængig af overfladens hældning (se figur 3). Endvidere antages det at den store hældning i scarpsene på $10\text{--}15^\circ$ [Zuber et al. 1998], medfører øget solindstråling og dermed fordampning, hvorfor partikelbanerne i Mars' iskapper vil være en del forskellige fra banerne i de jordiske iskapper [David Fisher, 1993]. Satellitbilleder viser at scarpsene består af mange lag, der kan følges over store afstande. På den nordlige iskappe drejer de mod uret, på den sydlige med uret og begge steder skærer de

sig ind mod midten, men de er mest udprægede på den nordlige. Der er forskellige teorier om dannelsen af disse scarps, men det er stadig uklart præcist hvordan de er opstået.

På begge iskapper er der slugter, som når helt ned til bunden, der umiddelbart kunne se ud til at have indeholdt flydende vand [F.Costard et al. 2003]. Den største er den 500 km lange Chasma Boreale på nordkappen, der næsten deler den nordlige iskappe i to. Man mener at det kan skyldes, at Mars har været mere geologisk aktiv før i tiden, dvs. der har været en væsentlig større geotermisk flux, hvilket medførte bundsmeltning af iskapperne og dannelse af smeltevandssøer, samtidigt med at isen blev blødere og mere dynamisk [Fishbaugh and Head 1999b].

Iskapperne menes at bestå hovedsageligt af vandis, da simuleringer viser at hvis de bestod af CO₂-is ville de ikke få en højde over 1000 m, og det stemmer ikke overens med højden af de nuværende iskapper på ca. 3000 m. Da koncentrationen af vanddamp i Mars' atmosfære næsten er nul, består de øverste meter dog af en blanding af CO₂-is og vandis med CO₂-isen som den dominerende. Man mener at den årlige middeltemperatur ved overfladen på polerne er ca. 155 K [Larsen and Dahl-Jensen, 2000], og da dette er en middelværdi, kommer temperaturen i vinterperioderne ned på 148 K, der er CO₂'s typiske kondensationstemperatur på Mars. Dette giver store vekselvirkninger mellem iskapperne og atmosfæren, idet ca. 25% af atmosfæren kondenserer ud i området omkring vinterpolen, og skaber et tykt lag af CO₂ på omkring en meter. Dermed sker der også en betydelig massetransport mellem de to iskapper, der er af stor betydning for Mars' klima [James et al. 2000].

2.2 Milankovitch-perioder og klimaet på Mars

Begrebet Milankovitch-perioder dækker over de ændringer, der sker i en planets baneparametre, foresaget af ændringer i planetbanens eccentricitet, omdrejningsaksens hældning og precession (planetens omdrejningsakse, der har en tendens til oscillere frem og tilbage når den bliver udsat for et kraftmoment fra andre planeter eller måner). Milankovitch-perioderne er kraftige på Mars i forhold til på Jorden, bl. a. oscillerer aksehældningen mellem ca. 15° og 35° med en periode på $1,2 \cdot 10^5$ år. I øjeblikket har Mars en aksehældning på 25°, hvilket ligger tæt på Jordens 23°. Når omdrejningsaksens hældning øges, vil polerne være mere eksponerede for solindstråling, og der vil være meget kraftige sæsonvariationer af temperaturen [Toon et al. 1980].

Der findes flere forskellige cykler med perioder af størrelsesordenen 10^6 år, den største med en periode på omkring $5 \cdot 10^6$ år, hvor aksehældningen kommer helt op på 45° [Laskar et al. 2002]. Andre kraftige cykler er precessionscyklen med en periode på $5,1 \cdot 10^4$ år og to eccentricitetsperioder på henholdsvis $9,5 \cdot 10^4$ år og $2 \cdot 10^6$ år [Toon et al. 1980].

På grund af en gravitationel resonans med Venus, menes Mars' aksehældning at udvikle sig kaotisk, og dens aksehældning varierer på enkelte tidspunkter mellem 0° og 60°, hvilket også foregår i perioder af størrelsesordenen 10^6 år [Tourma and Wisdom 1993]. Der vil derfor på flere forskellige tidsskalaer være store ændringer i solindstrålingen på Mars, som iskapperne

vil reagere på med ændringer i størrelse, form og flydehastighed.

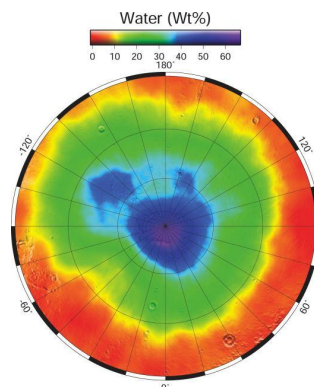
Store temperatursvingninger vil desuden ikke blive dæmpet i samme grad som på Jorden, fordi Mars pt. ikke har noget ocean med høj varmekapacitet til at udligne temperaturforskellene mellem sommer og vinter. Derfor er klimaet på Mars meget følsomt overfor temperaturændringer.

2.3 Mola målinger fra Mars

I 1996 blev Mars Global Surveyor sendt afsted til Mars med et instrument der kunne foretage højdemålinger. Mars Orbiter Laser Altimeter (MOLA), som instrumentet hed, startede med målingerne i 1998. Princippet bag MOLA er det samme som bruges i satellitaltimetri, der groft sagt består af en laser og en detektor. Laseren udsender infrarødt lys mod overfladen og detektoren måler hvor lang tid, det tager for lyset at komme tilbage igen, ved at tælle hvor mange fotoner der rammer den. På denne måde får man udover information om højden af overfladen også et mål for overfladens refleksivitet i det infrarøde område [MOLA].

MOLA data viser at is, der ligger rundt

om den nordlige iskappe, har en højde gående fra 10 m til over 1000 m. Denne is menes at være rester af en meget større nordlig iskappe [Zuber et al. 1998, Fishbaugh and Head 1999a]. Teorien underbygges af den målte vandfordeling i området omkring den nordlige iskappe (se figur 4), hvor der er en meget høj koncentration af vand meget langt væk fra iskappen. Den høje fordeling afgrænses af en relativt skarp overgang, hvilket måske kan indikere en tidligere isgrænse.



Figur 4: Fordelingen af vand omkring den nordlige iskappe, målt af Mars Odyssey med gammastråling. Det ses tydeligt at der findes meget vand i undergrunden omkring iskappen (lilla/blå), hvilket indikerer at iskappen måske har været større.

3 Teoretisk baggrund

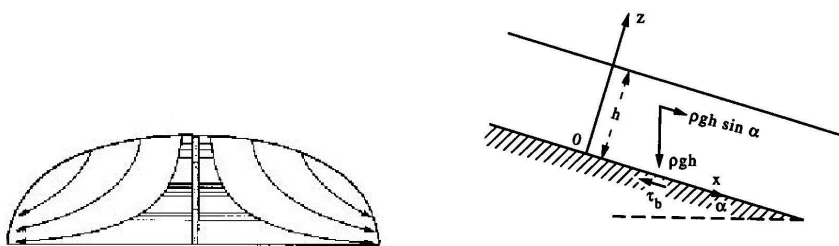
I dette afsnit introduceres generel glaciologisk sprogbrug for jordiske iskapper, hvoraf meget kan overføres til Mars. Afsnittet er skrevet med udgangspunkt i *The Physics of Glaciers* af Paterson, 2002.

En iskappe opdeles i to zoner, en ablationszone og en akkumulationszone. Ablation er det område hvor iskappen taber masse på årlig basis, enten ved smeltning eller kælving, mens akkumulation betyder at iskappens masse øges. Hvis der er tale om en ligevægtssituation vil

akkumulationen c svare til ablationen b , og den totale massebalance vil være $a = b + c = 0$. For Mars bruges en akkublationsmodel, dvs en model hvor områder med ablation og akkumulation ligger skiftevis. Denne vil blive beskrevet senere.

3.1 Flydemodeller for is

Flydemodeller for iskapper og gletchere bygger på en række antagelser, f.eks. betragtes kun flydning i to dimensioner nemlig langs x - og z -aksen og alle modeller antager at iskappen befinder sig i ligevægt (steady state). Isen flyder fra midten af iskappen ud mod randen fordi



Figur 5: Venstre vises en iskappe delt op på midten af isdeleren og til højre bundforskydningspændingen τ_b , der er afbalanceret af tyngdekraftens komponent i x -retningen

den nyfaldne sne presser isen ned og udad. Imidlertid vil der præcis på midten af iskappen kun være lodrette hastigheder. Dette sted kaldes isdeleren, fordi isen på den ene side af isdeleren flyder modsat af isen på den anden side (se figur 5).

Det antages at isens overflade er parallel med bunden, og hvis højden af kappen er H og hældningen α , vil tyngdekraftens komponent parallelt med isoverfladen være $\rho g H \sin \alpha$.

Da iskappen antages at være i ligevægt må denne komponent være afbalanceret med bundforskydningspændingen, τ_b

$$\tau_b = \rho g H \sin \alpha \approx \rho g H \alpha \quad (1)$$

for små α , hvor ρ er isens massefylde.

Man kan derfor finde værdien af forskydningspændingen ved bunden, blot ved at måle hældningen af isens overflade. Forholdet gælder også for tilfælde hvor isoverfladen ikke er parallel med bunden.

3.2 Vialovprofil og Glens flydelov

Ved kun at betragte flydning i to dimensioner, kan hældningen α skrives som $-\frac{\partial H}{\partial x}$, og dermed bliver ligning (1)

$$\tau_b = -\rho g H \frac{\partial H}{\partial x} \quad (2)$$

Da is ikke er perfekt plastisk (dvs. isen deformerer så snart den påføres spændinger), kan spændingerne ikke antages at være konstante. Ved små hældninger kan man imidlertid bruge Glens flydelov, og dermed kun betragte spændinger i x - z -retningen, τ_{xz}

$$\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \right) = A\tau_{xz}^n \quad (3)$$

Der kan ses bort fra ændringen i x -retningen for den lodrette hastighed, og dermed fås

$$\frac{1}{2} \frac{du}{dz} = A\tau_{xz}^n \quad (4)$$

A er temperaturafhængig og givet ved

$$A = EA_0 \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (5)$$

hvor R er gaskonstanten ($8.3143 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$), Q er aktiveringsenergien ($60 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$) og A_0 og E er konstanter. E afhænger af urenhederne i isen, og A_0 er en empirisk konstant, givet ved

$$1,35 \cdot 10^{-5} \text{Pa}^{-3} \text{år}^{-1}$$

Isen antages at være isoterm, derfor er A konstant [David Fisher, 1999].

Ud fra ligning (1) fås spændingen i en vis dybde z til $\tau_{xz} = \rho g(H - z)\sin\alpha$. Indsættes dette i flydeloven (4), fås et udtryk for hastigheden

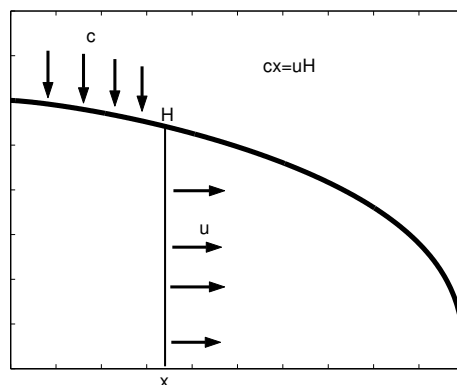
$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{du}{dz} &= A(\rho g(H - z)\sin\alpha)^n \Rightarrow \\ \int_{u(z)}^{u_s} du &= 2A(\rho g\sin\alpha)^n \int_z^H (H - z')^n dz' \Rightarrow \\ u_s - u(z) &= \frac{2A(\rho g\sin\alpha)^n}{n+1} (H - z)^{n+1} \end{aligned} \quad (6)$$

u_s er overfladehastigheden, og integreres (6) m.h.t. z opnås en gennemsnitsværdi for den horisontale hastighed

$$\bar{u} - u_b = \frac{2A(\rho g\sin\alpha)^n}{n+2} H^{n+1} = \frac{2A}{n+2} \tau_b^n H \quad (7)$$

Ofte sættes u_b (bundhastigheden) blot til 0, hvad der svarer til at isen er frosset fast til bunden. For en iskappe der har akkumulation overalt, vil den masse der akkumulerer på en overflade svare til hvad der flyder ud ved et lodret tværsnit, hvis iskappen er i massebalance (se figur 6)

$$cx = H\bar{u} = \frac{2A}{n+1} \left(-\rho g H \frac{\partial H}{\partial x} \right)^n H^2 \quad (8)$$



Figur 6: Sammenhængen mellem den akkumulerede masse og flydningen ud gennem et lodret tværsnit af iskappen.

Denne differentiallygning giver løsningen

$$H^{2+2/n} = K(L^{1+1/n} - x^{1+1/n}) \quad (9)$$

På isdeleren, dvs. for $x = 0$, er $H = H_0$ og (9) bliver til

$$\begin{aligned} H_0^{2+2/n} &= KL^{1+1/n} \Rightarrow \\ (H/H_0)^{2+2/n} &= 1 - (x/L)^{1+1/n} \end{aligned} \quad (10)$$

Dette kaldes et Vialovprofil. Ved sammenligning med den grønlandske iskappe forekommer der kun væsentlige afvigelser fra profilet ved randen, da $\frac{\partial H}{\partial x}$ her er stor, og antagelsen fra Glens flydelov derfor ikke længere gælder. Tallet n er et udtryk for hvor let isen flyder, og for jordiske iskapper sættes $n = 3$. Modellen af Mars' iskappe bygger på Vialovprofilet, hvor n ligeledes antages at være 3.

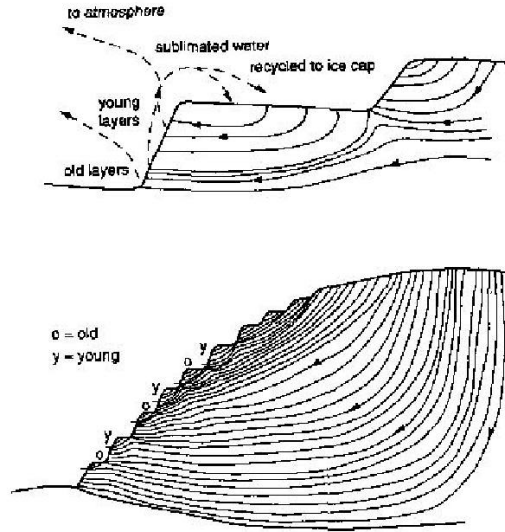
3.3 David Fishers Flydemodel

Hovedtanken bag David Fishers model er at den nordlige iskappe på Mars har en massebalance med skiftende akkumulations- og ablationszoner. På figur 7 ses det, hvordan der ved scarpene er større solindstråling end på resten af iskappen pga. den større hældning, og derfor netto ablation. Herudover er modellen lavet ud fra en lang række betragtninger. Massebevarelse i et snit af en to-dimensional iskappe med tykkelse $H(x, t)$ kan skrives

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}H)}{\partial x} = a \quad (11)$$

hvor \bar{u} er den gennemsnitlige horisontale hastighed, og a er massebalancen.

Med Glens flydelov, og at $\tau_{xz} = \tau_b(1 - z/H)$, fås at den afledte af den horisontale hastighed



Figur 7: David Fishers akkublationsmodel fra 1993.

m.h.t. z bliver

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2A}{n+1} \tau_b^n \left(1 - \frac{z}{H}\right)^n \quad (12)$$

Integreres (12) m.h.t. z fås

$$u = u_b + \left(\frac{2A}{n+1}\right) \tau_b^n \left(1 - \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{n+1}\right) \quad (13)$$

Hvor A er konstant og u_b tages som 0 overalt. Hvis (2) indsættes i dette, og u midles vertikalt fås

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \left(\frac{2A}{n+2}\right) \tau_b^n H = (-1)^n \left(\frac{2A}{n+2}\right) (\rho g)^n \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^n H^{n+1} \Rightarrow \\ \bar{u} &= -A_r^* \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^n H^{n+1} \end{aligned} \quad (14)$$

Hvor A_r^* er givet ved

$$A_r^* = \frac{2A(\rho g)^n}{n+2}$$

Kombineres ligningerne (14) og (11) fås

$$\frac{\partial H}{\partial t} - A_r^* \left\{ (n+2) H^{n+1} \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{n+1} + n H^{n+2} \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{n-1} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right\} = a(x) \quad (15)$$

Det er altså muligt at bestemme overfladeprofilets udvikling i tiden, såfremt man har et begyndelsesprofil. Det er på denne måde modellen konstrueres.

Hastighedsfeltet i iskappen er fundet ud fra ligning (6) og kontinuitetsligningen

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

og kan benyttes til at finde partikelbanerne i iskappen.

4 Modellen

I udviklingen af flydemodellen er det blevet overvejet hvilke antagelser der er nødvendige, hvilke input der skal til, samt hvad det ønskede resultat bør være.

For det første anvendes modellen på et to-dimensionalt snit af iskappen. Værdien af n sættes til 3, ligesom for jordiske iskapper, massebalancen er konstant og tyngceaccelerationen g på Mars er $3,73 \frac{m}{s^2}$. Derudover antages det at undergrunden er plan, at isen er isotherm, dvs. A er konstant, og at isen er frosset fast til bunden. Bortset fra forskydningsspændingerne τ_{xz} , ses der bort fra spændinger i iskappen, hvilket også gælder overfladespændinger.

Ved jordiske modeller ses der altid bort fra firnlaget (det lag der ligger i de første par meter af iskappen, hvor sneen endnu ikke er omdannet helt til is), som har en noget lavere massefylde end resten af iskappen, men da det kun drejer sig om ca. 10 m, er det uden betydning. På Mars kan firnlaget pga. den mindre tyngdekraft blive op til flere 100 m dybt [Clifford et al, 2000], og kan derfor have større indflydelse på flydningen, men hvordan vides ikke. Derfor er der set bort fra firnlaget i denne model, ligesom der også ses bort fra evt. støv og CO₂-indhold.

Ved at give modellen et Vialovprofil som input, dvs. til tiden $t = 0$ er overfladen givet som

$$H(x, t_0) = H_0 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{x}{L} \right)^{4/3} \right\}^{3/8} \quad (17)$$

udregnes tidsudviklingen af overfladeprofilet samt hastighedsfeltet, og dermed partikelbanerne i hvert tidsskridt. Modellen benytter sig altså af numerisk integration. For at udregne tidsudviklingen, skal modellen ydermere have en massebalance som input, som kan ændres, hvorved der opnås forskellige resultater. Differentialligningerne bag modellen kan ses i appendix.

Modellen køres på følgende måde: Et Vialovprofil $H(x, t_0)$ defineres, hvorefter der gættes på overfladeprofilets udseende i næste tidsskridt. Derefter benyttes ligning (15) til at forbedre gættet, og til sidst itereres for at finde profilet efter første tidsskridt, $H(x, t_1)$. Løkkerne kan nu gentages i så mange tidsskridt det ønskes, typisk indtil iskappen har opnået steady state. Se evt. flowcharts i appendix.

4.1 Stabilitet af modellen

For at undersøge stabiliteten af modellen er der lavet forskellige testkørsler. Det er bl.a. blevet undersøgt, hvordan temperaturen påvirker højden af iskappen, hvor store tidsskridt

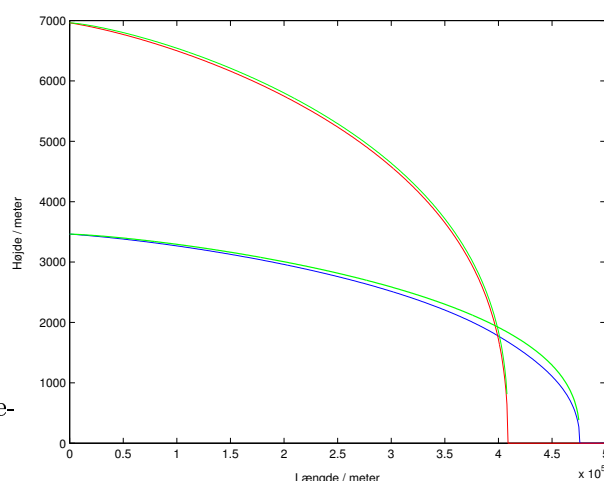
man kan tage, og hvor stort et antal iterationer der er nødvendigt.

For at sikre, at modellen virkelig afspejler den anvendte massebalance, er der blevet lavet en testkørsel, hvor der hverken er ablation eller akkumulation på iskappen. Ideelt set burde iskappen så være uforandret, men det viser sig at i dette tilfælde - for realistiske jordiske værdier for temperatur og tyngdekraft - synker iskappen lidt sammen; ca. 400 m. Det skyldes, at længden af iskappen i modellen er begrænset til 500 km, men da værdien af A ikke passer med startværdierne for højden og længden, flyder isen længere ud end x -aksen er defineret.

4.1.1 Temperaturfølsomhed

En parameter af stor betydning er temperaturen, der via A har indvirkning på hvor let iskappen flyder. For at undersøge dette, er der lavet to kørsler, hvor startbetingelserne for begge er et Vialovprofil med højde på 3 km og en længde på 500 km. Temperaturen sættes til hhv. 220 K (svarende til Mars) samt 270 K (svarende til Jorden). Alt andet inklusive massebalancen (se figur 10, venstre) og tyngdekraften er ens (også selvom akkumulationen og ablationen i dette tilfælde er alt for stor i forhold til Mars og at tyngdekraften på Mars er en tredjedel af Jorden).

I det koldeste tilfælde opbygges der en meget større iskappe, fordi isen er for stiv til at flyde ud i ablationszonen og fordampe. Det tager også længere tid for den at opnå en ligevægt, men til sidst følger overfladen et Vialovprofil (se figur 8). Man opnår desuden stort set samme overfladeprofil, hvis man starter med et Vialovprofil med samme højde og længde som ligevægtssituationen, blot med en højdeforskel på 27 m. Dette må så svare til usikkerheden i højden. I tilfældet med 270 K, følger overfladen ikke helt Vialovprofilet. Det er dog ikke så bekymrende, idet Vialovprofilet strengt taget kun beskriver iskapper med akkumulation over hele kappen og kælving ved randen. Ligevægtsprofilet er 3463 m høj, og hvis man starter med denne højde i en ny kørsel, gendannes næsten samme profil, dog med en højde på 3487 m. Usikkerheden i højden er altså omkring 24 m for den terrestriske kørsel. Grunden til at profilet for 220 K bedre følger Vialovprofilet, er at iskappen i dette tilfælde stort set er smeltet væk i ablationszonen når iskappen når ligevægt.



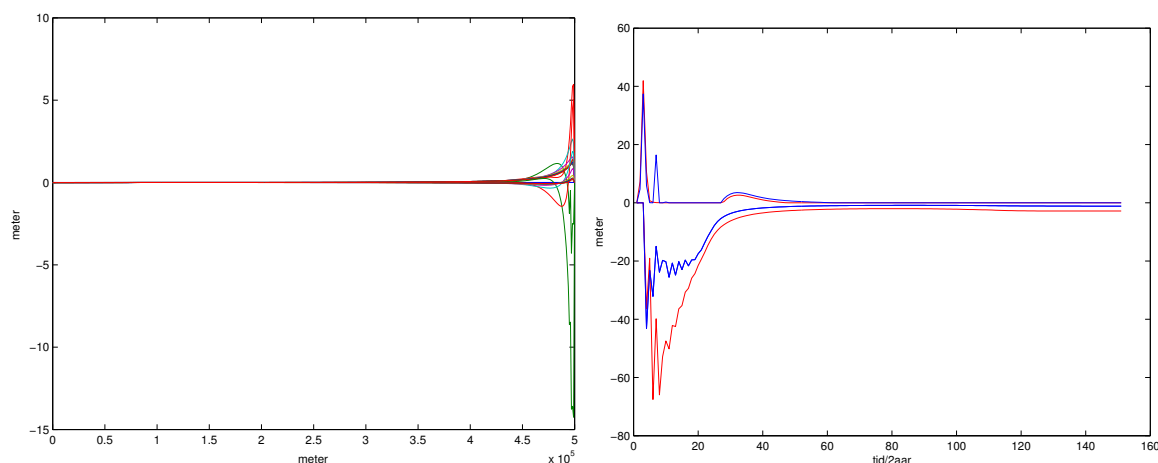
Figur 8: *Ligevægtsprofilet for iskapper på Jorden (blå) og Mars (rød). Til sammenligning er plottet Vialovprofiler (grønne).*

4.1.2 Tidsskridt og iterationer

I programmet er tidsskridtene for den terrestriske kørsel sat til 2 år, da beregningerne bliver ustabile for tidsskridt større end 3 år. Det er muligt at tage tidsskridt på 3 år, men det har vist sig at antallet af iterationer så er nødt til at stige fra 3 til 7 for at gøre det stabilt. Da der ikke er den store forskel i beregningstid når man bruger $dt = 2$ år og 3 iterationer, eller $dt = 3$ år og 7 iterationer, blev der holdt fast ved $dt = 2$ år.

Sammenligninger mellem $dt = 2$ år og $dt = 3$ år over en periode på 300 år, giver maksimale afvigelser på 15 meter, hvor alle afvigelser er samlet ved randen. Dette er ikke bekymrende, da det er ved randen de største ændringer i højden sker, og derfor vil en forskel i iskappens udbredelse på nogle få hundrede meter give meget stor forskel i højde (se figur 9, venstre). For iskappen på Mars er temperaturen så lav og den årlige akkumulation/ablation så lille, at det er muligt at tage meget større tidsskridt. Hvis man begrænser sig til 3 iterationer, viser det sig, at man kan anvende tidsskridt på op til 10.000 år.

Der er lavet kørsler med tidsskridt på 2 år, hvorefter antallet af iterationer blev sat op



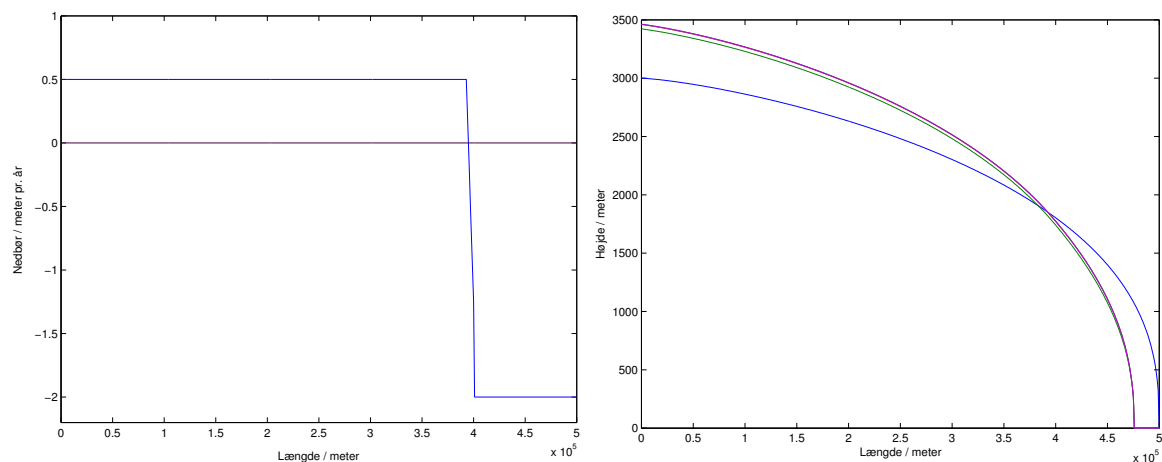
Figur 9: Venstre: Fordelingen over længden af iskappen af forskellen mellem $dt = 2$ år og $dt = 3$ år, for hhv. 1, 30, 60, 90, osv. op til 300 år. Højre: Som funktion af tiden er den maksimale/minimale afvigelse i højden plottet for hhv. 5 (blå) og 7 (rød) iterationer i forhold til 3 iterationer.

til hhv. 5 og 7, og det ses at den største afvigelse er under 70 m. Hvis man ser bort fra selve randen, bliver afvigelserne ikke større end et par meter. Endvidere dør afvigelserne ud, efterhånden som tiden går, det vil sige antallet af iterationer bliver af mindre betydning (se figur 9, højre).

5 Resultater

Først afprøves modellen med typiske værdier for en terrestrisk iskappe, og ved at lade modellen køre i et vist antal år, opnås en tilstand af steady state. Inputtet til modellen er en højde ved isdeleren på 3000 m, en udstrækning på 500 km og en temperatur $T = 263$ K svarende til -10°C .

Modellen er sat til at køre med tidsskridt på 2 år, hvor den i hvert tidsskridt itererer 3 gange. Figur 10 viser den valgte massebalance, der har typiske værdier for en terrestrisk iskappe, og steady state opnås efter ca. 8000 år. Man kunne godt have valgt en mere real-

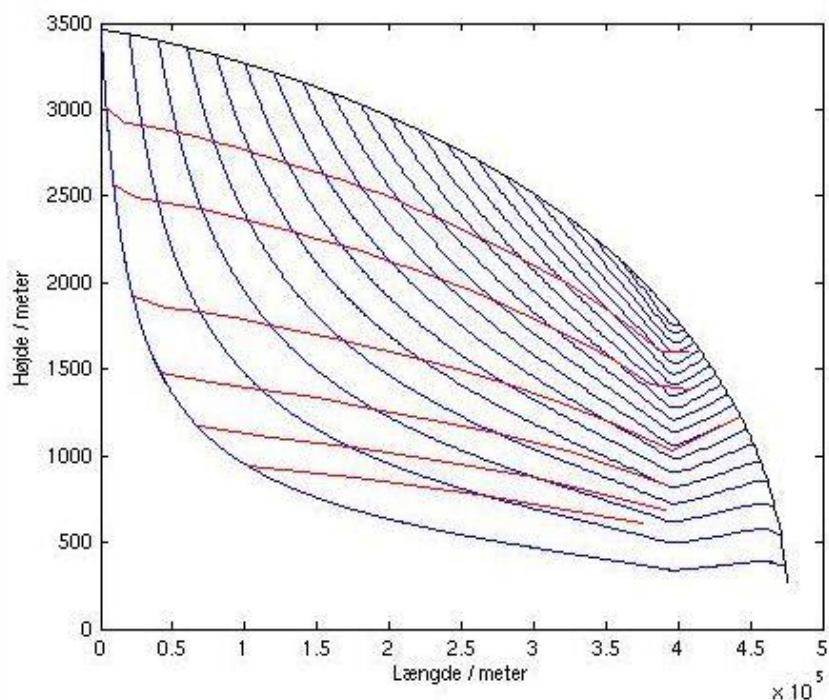


Figur 10: Massebalance og udvikling af overfladeprofilet. Der er 2400 år mellem profilerne, dvs. der er plottet 3 profiler oven i hinanden i det røde profil

istisk massebalance med en kontinuert overgang fra akkumulation til ablation, men for at vise isflydningen, og for at teste at modellen er stabil, har vi valgt den viste massebalance. På figur 10 er der plottet overfladeprofiler med 2400 års mellemrum. Ligevægtstilstanden afviger ca. 500 meter i højden samt 25 km i længden fra startprofilen. Et forventet resultat, idet ablationszonen får iskappen til at trække sig lidt tilbage, og akkumulationen gør den tykkere. En anden tydelig egenskab er, at isen faktisk flyder i modellen, hvilket ses ved at kappen i steady state strækker sig ud i ablationszonen (se figur 10). Hvis isen ikke flød, ville kappens rand være netop hvor ablationszonen starter, og den ville blive tykkere og tykkere ved isdeleren, efterhånden som tiden gik.

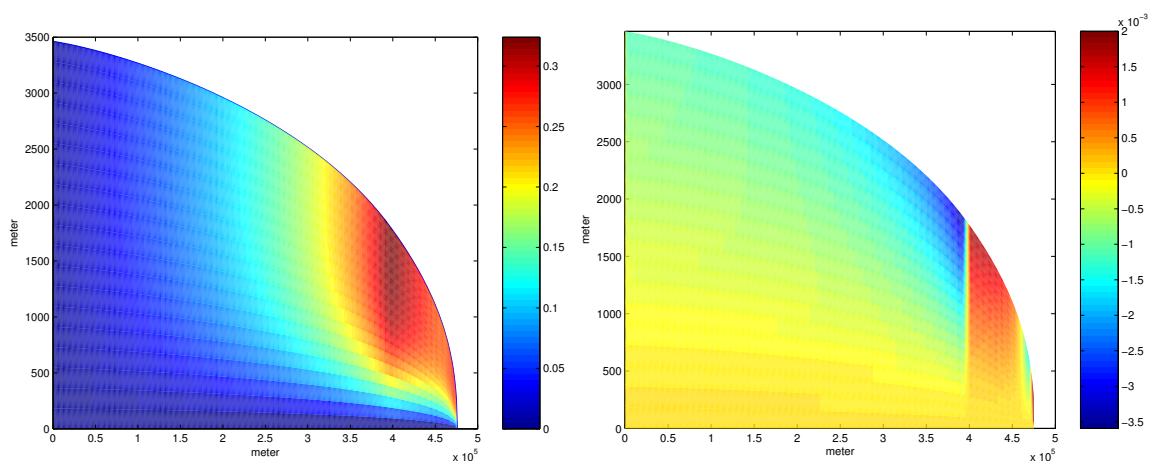
Som det ses på figur 11 er partikelbanerne i de første $\frac{4}{5}$ af iskappen enkle og kontinuerte, men ved ca. 400 km trækkes isen opad pga. ablationen. I ablationszonen kan man således finde is, der ligger lagdelt; isen nederst ved randen kommer oprindeligt fra isdeleren, og som man bevæger sig op ad kappen findes is, hvis oprindelsessted er længere og længere væk fra isdeleren. Der dannes altså et ensartet billede af isens alder i de yderste 75 km.

Isokroner er lag i iskappen, hvor isen har samme alder, og de er plottet med røde linier på figur 11. De første 400 km følger disse isokronerne for et Vialovprofil, men ved 400 km knækker de opad, hvilket er en naturlig følge af de ændrede partikelbaner.



Figur 11: *Partikelbaner (blå) og isokroner (rød) for den terrestriske kørsel.*

Massebalancen - og dermed overfladeprofilet - afspejles desuden i de horisontale og vertikale hastigheder. På figur 12 ses det tydeligt hvordan de horisontale hastigheder stiger ved over-

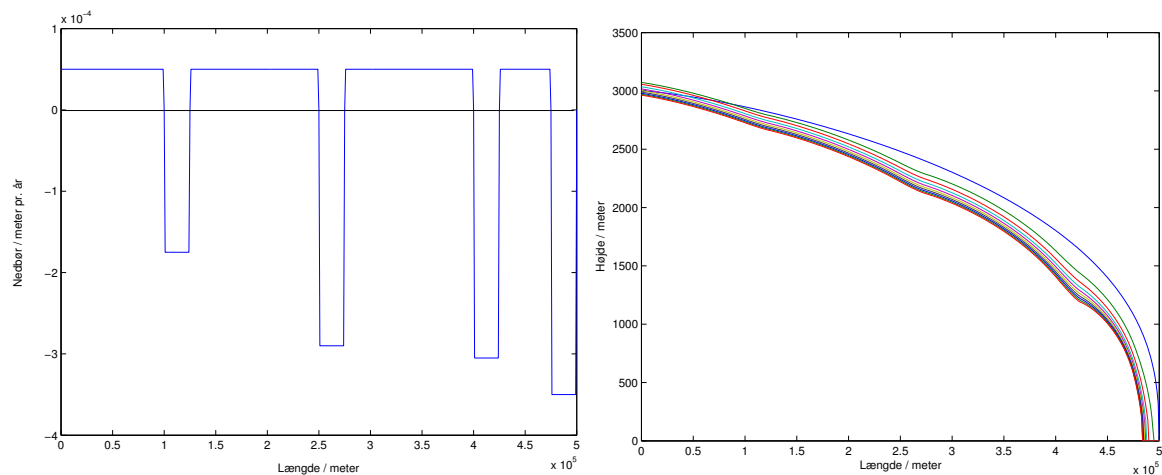


Figur 12: *Horisontale og vertikale hastigheder efter 12.000 år for den terrestriske kørsel. I m/år.*

gangen fra akkumulation til ablation. Det ses desuden, at grænsebetingelser som $u_b = 0$, dvs. isen er fastfrosset, er opfyldt, ligesom der på selve isdeleren kun er vertikale hastigheder. Hastighederne er i god overensstemmelse med gældende teori [Paterson p. 275, 2002].

5.1 Modellen for Mars' nordlige iskappe

På grund af de specielle overfladeprofiler for iskapperne på Mars bruges en massebalance, der flere steder skifter fra akkumulation til ablation; en såkaldt akkublationsmodel, der bunder i antagelsen om, at sneen fordamper i scarpsene på de ækvatorvendte skråninger, for derefter at aflejres på de overforliggende polvendte sider (se figur 7). Ligesom for den terrestriske



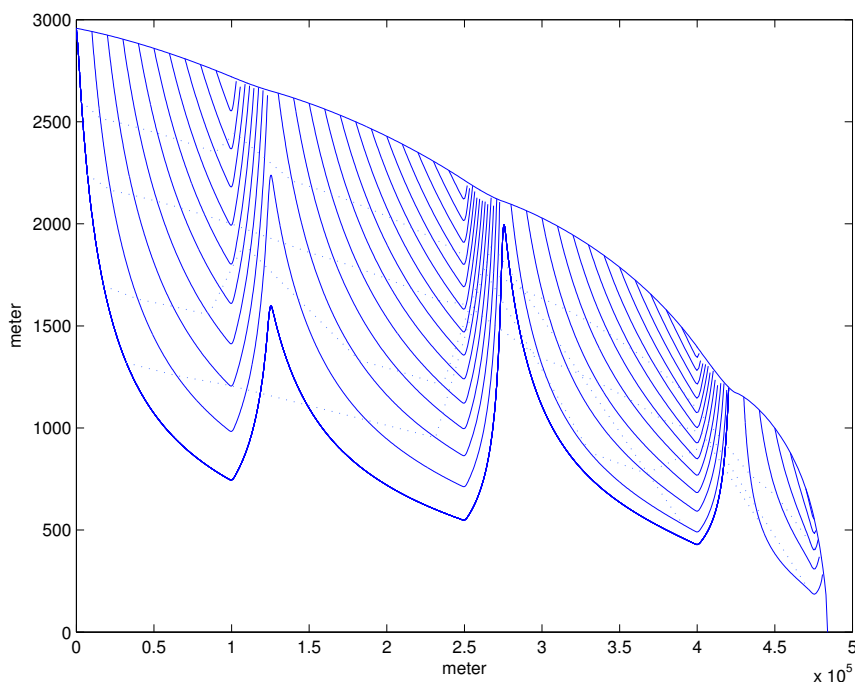
Figur 13: Massebalance benyttet for kørslen på Mars samt udviklingen af overfladeprofilet i tiden. Der er 7 mio. år mellem profilerne.

kørsel af modellen, er på figur 13 plottet massebalancen og udviklingen af overfladeprofilet i tiden.

En vigtig forskel fra den terrestriske kørsel er at størrelsen af akkumulation hhv. ablation, er ca 0,1% af terrestriske værdier, hvilket gør at iskappen er længere tid om at komme i steady state. Desuden er flydeparameteren A ændret, da temperaturforskellen mellem Jordens og Mars' polområder er ca. 100 K og $g = 3,73 \frac{m}{s^2}$. Temperaturforskellen gør isen mere stiv og langsomt flydende. Modellen kørte i 70 mio. år, før en tilstand af steady state blev opnået. På figur 13 kan det ses, hvordan de karakteristiske scarps omkring ablationszonerne udvikler sig i tiden. Isflydningen bevirker at der ikke bliver dannet skarpe kanter, men at scarpsene er kontinuerte fordybninger.

Ligesom for den terrestriske kørsel, trækker iskappen sig en smule tilbage, men samtidig falder højden i forhold til Vialovprofilet som følge af den lille akkumulation. Dette skyldes, at hvis den benyttede massebalance integreres hen over x -aksen fås $-14,05 \text{ m}^3/\text{år}$. Når modellen startes forsvinder der altså is, men eftersom iskappen trækker sig tilbage og dermed væk fra den yderste ablationszone ændres massebalancen, så iskappen opnår steady state, og den integrerede massebalance er $0 \text{ m}^3/\text{år}$.

Efter steady state er indtrådt, genereres partikelbanerne. Scarpsene har bevirket, at iskappen er delt op i dynamiske separate zoner, f.eks. mellem 140 og 270 km. På figur 14 er det tydeligt, at partikelbaner startende indenfor de første 100 km fra isdeleren, ender ved



Figur 14: *Partikelbaner og isokroner for kørslen for Mars.*

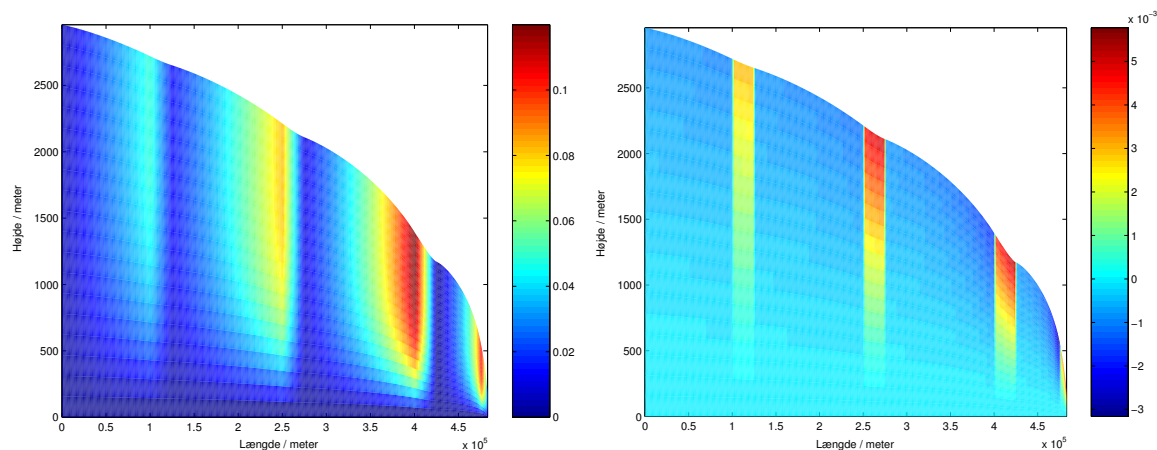
overfladen umiddelbart inden det første scarp, pga. de positive vertikale hastigheder. Det er altså muligt at finde årlag indenfor et forholdsvis lille område, hvor isen har stor spredning i oprindelsessted på iskappen samt forskellige aldre. Disse områder, der er centreret omkring scarpsene, opdeler iskappen i cykler, således at der vil kunne identificeres samme årlagsrækkefølge flere forskellige steder på iskappen. Et eksempel på et sådant område er på overfladen mellem 250 og 300 km, hvor mange partikelbaner, der er startet mellem 135 og 245 km fra isdeleren ender.

Enkelte partikelbaner fortsætter forbi et scarp, og ender længere ude på iskappen. Disse partikelbaners oprindelsessted er tæt ved isdeleren, og kan følges så langt ud som 430 km fra isdeleren, hvilket vil vise sig som diskontinuiteter i årlagene omkring et scarp.

Ligesom for den terrestriske kørsel, trækkes isokronerne opad i ablationszonerne, mens de ligger velordnet i akkumulationszonerne. Da modellen kun kan udregne isokroner med forholdsvis få punkter pr. isokron gennem iskappen, er det svært at se præcist, hvad der sker i ablationszonerne, ud over at de trækkes opad. Dette kan naturligvis undersøges nærmere i videre studier.

Som sidste led i kørslen for Mars med stationære ablationszoner, plottes de horisontale og vertikale hastigheder i iskappen (se figur 15). De horisontale hastigheder er positive på hele iskappen, men bliver større lige før et scarp. På den første halvdel af iskappen ligger de horisontale overfladehastigheder omkring 0-6 cm/år, mens de tæt ved isranden stiger helt op til 15 cm/år i den yderste ablationszone.

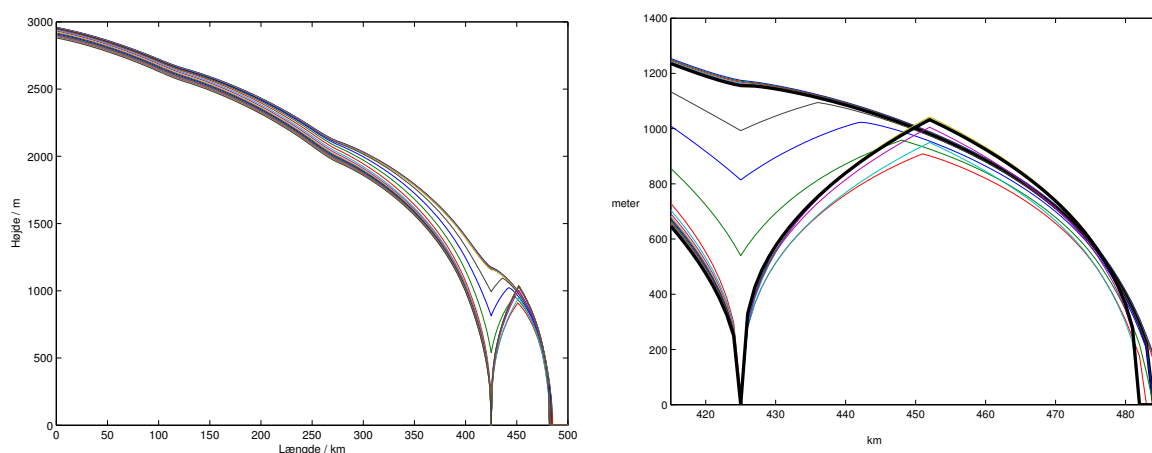
I akkumulationsområderne er de vertikale hastigheder negative, omkring 1 mm/år, mens de



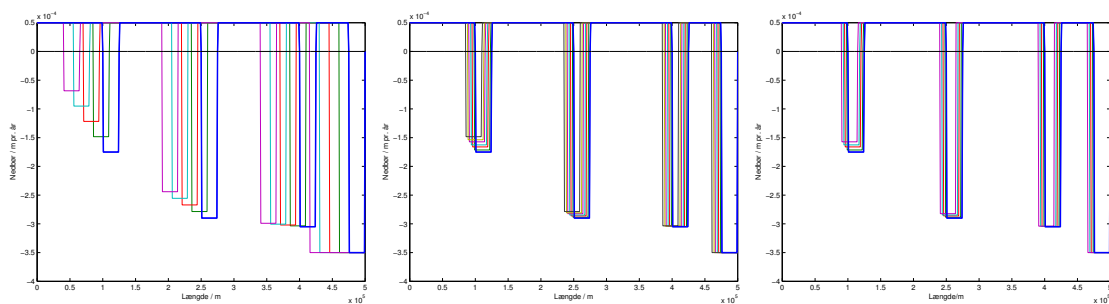
Figur 15: Til venstre de horisontale og til højre de vertikale hastigheder for kørslen på Mars i $m/\text{år}$

i ablationszonerne bliver positive, og i bunden af et scarp stiger op til $4 \text{ mm}/\text{år}$ i positiv retning, i overensstemmelse med David Fishers resultater. Dette er grunden til at partikelbanerne søger mod overfladen under et scarp. Iskappen er altså utrolig dynamisk i ablationszonerne, og mere stillestående i akkumulationszonerne.

Modellen kørte også i 200 mio. år, og det viste sig, at det sidste scarp arbejder sig ned til bunden og efterlader en separat iskappe i de yderste 30 km mellem 100 og 110 mio. år. Som det ses på figur 16 sker den primære overgang mellem de to sorte profiler på kun 400.000 år. Dette skyldes den forsimplede model, hvor vi f.eks. ser bort fra tryk- og trækspændinger. Vi kan derfor ikke være sikre på, at det giver et realistisk billede af, hvad der faktisk er sket på Mars, men en udvidelse af modellen vil måske kunne besvare dette.



Figur 16: Overfladeprofilets udvikling mellem 100 og 110 mio. år. Til højre er zoomet ind på den separate iskappe. Der er 100.000 år mellem profilerne.



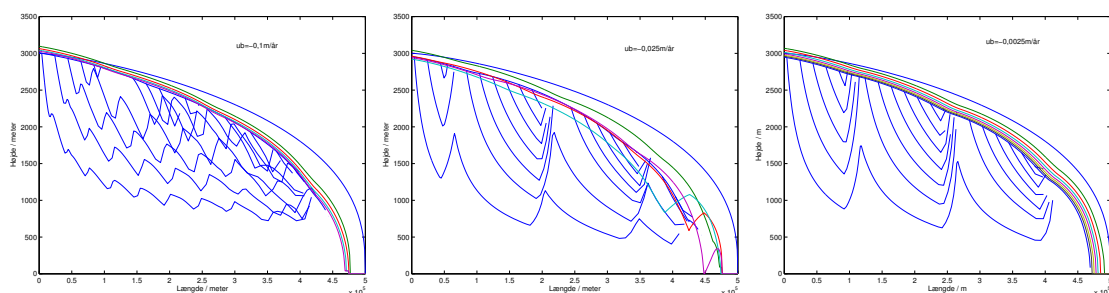
Figur 17: De tre massebalancer for u_b er fra venstre $-0,1\text{m}/\text{år}$, $-0,025\text{m}/\text{år}$ og $-0,0025\text{m}/\text{år}$. Den første er plottet for $0,7$ mio. år, den næste for 7 mio. år og den sidste for 50 mio. år.

5.2 Bevægelige scarps

I modellen beskrevet ovenfor er ablationszonerne stationære. I virkeligheden bevæger scarpsene sig ind i kappen, hvilket skyldes at sneen fordamper fra de ækvatorvendte skråninger, der dermed eroderer ind mod isdeleren. I dette afsnit er det undersøgt hvordan profilet og partikelbanerne afhænger af scarpsenes indbrændingshastighed u_b .

Der er lavet tre kørsler, hvor u_b er hhv. $-0,1\text{ m}/\text{år}$, $-0,025\text{m}/\text{år}$ og $-0,0025\text{m}/\text{år}$, idet hastigheden er negativ indad. På figur 3 ses det, at dybden af scarpsene aftager ind mod centrum, og at de bliver mere udglattede. Ablationen er derfor på de inderste scarps defineret til at være mindre end på de yderste. At scarpsene ligger længere og længere væk fra ækvator, gør at de får mindre sol, og med udgangspunkt heri er massebalancen for bevægelige scarps konstrueret således, at ablationen aftager lineært ind mod centrum (jf. figur 17). Den yderste ablationszone er sat til at vokse op til en vis bredde, hvorefter den deler sig i to og den inderste af disse fortsætter med aftagende værdi af ablationen. Massebalancerne er i alle tre tilfælde negative, dvs. iskappen taber masse hvert år og synker derfor lidt sammen.

Ved den højeste hastighed tager det kun 1 mio. år, inden det første scarp er ved isdel-



Figur 18: Vialovprofilet plottet med blåt, og udviklingen af overfladen i løbet af 70 mio. år er plottet. Fra venstre $-0,1\text{m}/\text{år}$, $-0,025\text{m}/\text{år}$ og $-0,0025\text{m}/\text{år}$.

eren. Derfor er det nødvendigt at påtvinge programmet at vende tilbage til den oprindelige massebalance efter et vist tidsrum. Således har massebalancen i dette tilfælde en cyklus med

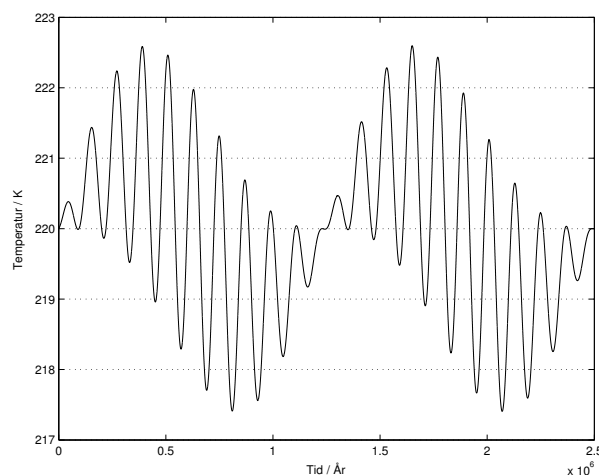
periode på 1,5 mio. år, hvorefter den er tilbage i startsituationen. 1 mio. år er meget kort tid glaciologisk set, og en hastighed på $-0,1$ m/år er heller ikke ret sandsynlig. Imidlertid illustrerer eksemplet tendensen i partikelbanerne.

Programmet til beregning af partikelbanerne er en smule anderledes end det, der bruges til de stationære scarps, idet iskappen her ikke indstiller sig i ligevægt. Det er derfor nødvendigt at beregne hastigheder i hvert tidsskridt, i stedet for ud fra et uforanderligt ligevægtsprofil. For at undgå at partikelbanerne så bliver påvirkede af startbetingelsen, dvs. Vialovprofilet, begynder beregningen først efter 20 mio. år, hvor overfladeprofilet har indrettet sig efter massebalancen.

Som det ses på figur 18, fører ændringen i massebalancen til at partikelbanerne udglattes, jo hurtigere ablationszonerne bevæger sig. Ved $u_b = -0,0025$ m/år trækkes toppene i partikelbanerne i ablationszonen ind mod isdeleren, hvor de for de stationære scarps gik mere lige op. Dette er endnu mere tydeligt for $u_b = -0,025$ m/år, hvor partikelbanerne ikke længere går op mod det samme punkt på overfladen. Ved den hurtigste hastighed begynder partikelbanerne at følge de baner, man kan genkende fra en almindelig terrestrisk iskappe, blot med udsving opad for hver ablationszone der har passeret over dem. Med andre ord vil en endnu højere hastighed give flere, men mindre kraftige udsving i partikelbanerne.

5.3 Tidsafhængighed af temperaturen

Milankovitch-cyklerne vil som nævnt tidligere have indflydelse på temperaturen. Cyklerne har perioder der er lange og kraftige nok til at det vil kunne ses på iskapperne. I det følgende antages det at der ikke ændres i atmosfærens sammensætning og at klimaet reagerer simpelt på ændringer i solindstrålingen, dvs. der ikke sættes positive eller negative feedbackprocesser i gang. Ved at gøre flydeparameteren A afhængig af tiden, kan der tages højde for Milankovitch-cyklerne i flydemodellen og man vil derfor få en forsimplet tidsudvikling. Udregninger af ændringer i solindstrålingen giver temperatursvingninger



Figur 19: Her vises 2 perioder af den producerede temperaturcyklus for den gennemsnitlige bundtemperatur, T . Disse viser tydeligt temperaturens approximative ændringer foresaget af ændringer i aksehældningen.

med en amplitude på 26,6 K med en overordnet periode på 1,2 mio år, samt små perioder af 120.000 års varighed ved overfladen. Amplituden af denne oscillation aftager kraftigt ned

gennem isen, og perioderne bliver forsinket med 30.000-70.000 år afhængigt af isens konduktivitet og specifikke varmekapaciteter. Den ender med en amplitude på omkring 2 K ved bunden [Dahl-Jensen and Larsen, 2000].

Der laves derfor en approximeret tidscyklus, hvori det antages at ændringerne i solindstrålingen forårsaget af ændringer i eccentriciteten, er væsentligt mindre end ændringerne forårsaget af aksehældningen. For at tage højde for dæmpningen ned gennem iskappen, indføres en simpel periode, der dæmper systemet ned til det rette niveau. Der vælges kun at se på ændringer i gennemsnitstemperaturen ved bunden. Det antages altså, ligesom i flydemodellen, at isen har den samme temperatur overalt. Ydermere er det antaget at massebalancen på iskappen ikke ændrer sig, selvom der er en klar sammenhæng mellem temperaturændringer og ændringer i nedbøren. Sammen med den indførte dæmpende periode, giver dette en gennemsnitstemperatur

$$T = 220K + (2K \sin(\frac{2\pi}{L_3}t) \sin(\frac{2\pi}{L_1}t) + \sin(\frac{2\pi}{L_2}t)) \quad (18)$$

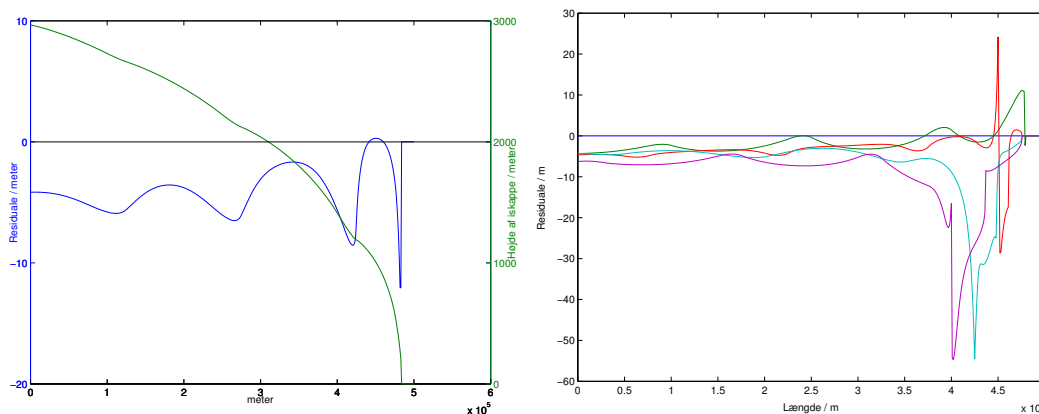
Hvor $L_1 = 120 \cdot 10^3$ år, $L_2 = 1,25 \cdot 10^6$ år, $L_3 = 2,5 \cdot 10^6$ år.

Udtrykket for T indsættes i A i flydemodellen for Mars og denne køres som før. Efter 65 mio. år genererer modellen en lille iskappe, som det skete for kørslen uden tidsafhængighed (for denne skete det ved ca. 100 mio år). Vi antager som før at dette skyldes de antagelser programmet er lavet ud fra, og bruger derfor resultaterne fra før 65 mio år. Herefter laves residuallet mellem de to modeller, ved at trække modellen uden tidsafhængighed fra den med tidsafhængighed. Residuallet starter ved -4 m og den største afvigelse mellem de to modeller inde på iskappen er -8 m, hvorefter de bliver lige store. Derefter kommer der et randfænomen, der giver en forskel på -12 m.

Af residuallet kan man derfor se, at modellen er følsom over for temperaturændringer, selvom disse endda er meget simple. De udsving der kommer i residuallet, opstår hvor der i modellen er defineret en ablationszone. Scarpsene bliver altså dybere når der indbygges temperaturvariationer og modellen må derfor at være mere følsom overfor ændringer ved scarpsene end på resten af iskappen.

Det samme kan observeres i den kørsel hvor scarpsene har en indbrændingshastighed $u_b = -0,025$ m/år samtidigt med at der blev taget højde for Milankovitch-variationerne. Som det ses på figur 20, bliver forskellen større som tiden går - ca. 10 m, samtidig med at udsvingene i residuallet bevæger sig i overensstemmelse med ablationszonernes vandring.

Selvom der tages en relativt simpel tidsafhængighed med i modellen, sker der alligevel en mærkbar ændring af iskappen, hvilket viser at flydemodellen er modtagelig over for små ændringer i parametrene. Da der er lavet to identiske kørsler uden Milankovitch-effekter med et residual på nul, kan de nævnte forskelle afvises at være en tilfældighed. Det kan derfor konkluderes at Milankovitch-perioderne har en forstærkende effekt på dannelsen af scarps.



Figur 20: Venstre: Overfladeprofilet samt residuallet mellem kørslen med tidsafhængighed og kørslen uden ved 60 mio. år. Det ses at iskappen er mere følsom over for temperatursvingninger ved scarpene. Højre: Residuallet mellem kørslerne for hhv. 0, 10, 20, 40 og 50 mio. år, med tidsafhængighed og har bevægelige scarps. Der ses samme randeffekt som i forrige figur. Bemærk at bølgerne flytter sig.

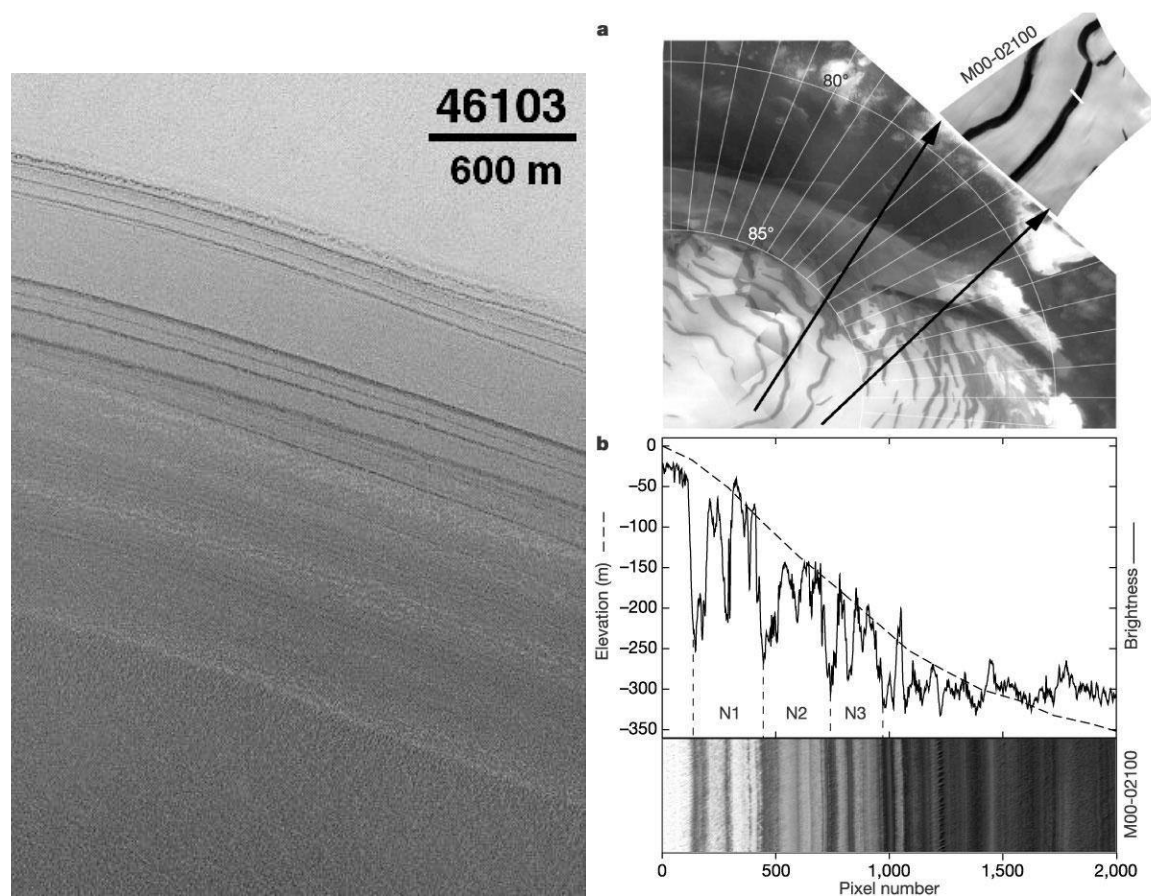
5.4 Sammenligning med billeder fra Mars

De interne lag i en iskappe er isokroner, dvs. lagfølger hvor isen har samme alder og det er derfor interessant at studere hvorledes isokronerne i iskappen på Mars ser ud. Man har endnu ikke fået radarmålinger, der kan vise de interne lag i iskappen, men MOC - Mars Orbiter Camera - har taget højopløste billeder fra nogle af scarpene, hvor det er muligt at se de blotlagte lagdelinger [Fisher, 1999]. De steder hvor lagdelingerne kan observeres, er der hvor partikelbanerne ender på overfladen, og ifølge vores model er disse at finde netop i scarpene, hvor MOC har taget billeder som image 46103 på figur 21.

Fra modellen fås at de lag i en ablationszone, der ligger længst væk fra randen består af is, hvis oprindelse er forholdvis tæt på ablationszonen, og at de nederste lag ville oprinde længere inde på iskappen. Den nederste is har således tilbragt længere tid i iskappen, før den kommer op til overfladen igen som følge af partikelbanerne. Man skulle derfor forvente at finde flere diskontinuiteter (uregelmæssigheder) i de nederste lag, og et mere ensartet billede af lagene i den øverste del [Fisher, 1999].

Image 46103 viser, at der er diskontinuiteter i lagfølgerne; øverst er der fine afgrænsede lag, længere nede bliver lagene udviskede, men der er ikke enighed om hvorvidt de er tydelige og signifikante nok til at man kan sige noget endegyldigt om deres oprindelsessteder på iskappen. Billedet giver dog en indikation om at vores model har relevans for teorien bag lagfølgerne i scarpene, men der er enighed om at flere studier af billederne og mere materiale er nødvendigt for at kunne sige noget endegyldigt herom [Fisher, 1999].

På figur 21 ses endnu et billede (M00-002100) fra et scarp. Man har set på tykkelsen af lagene for at bestemme de akkumulationsrater, der har været nødvendige for dannelsen af lagene. Resultatet af dette arbejde var, at netto akkumulationsraterne må have været mellem 0,025



Figur 21: *Image 46103 og M00-02100, taget med Mars Orbiter Camera af Mars Global Surveyor i 1998.*

og 0,1 cm/år, da lagene blev dannet. Akkumulationen brugt i modellen ligger altså en faktor 4 fra denne nederste grænse. Den midterste graf på M00-02100 viser lysstyrken af hvert lag. Man kan se tre perioder der passer med de perioder, man ser i Mars' baneparametre, og iskappens udvikling må dermed være koblet til Milankovitch-cyklernerne [Laskar et al. 2002], ligesom vores model antyder.

6 Diskussion

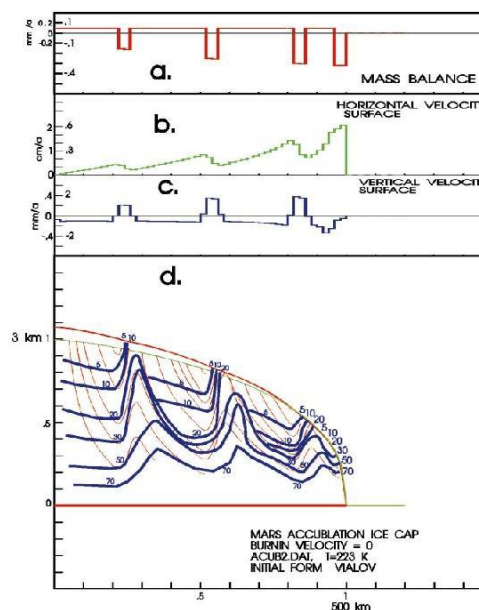
Med baggrund i David Fishers akkublationsmodel, har vi bl.a. udledt hastighedsfeltet og partikelbanerne i en iskappe med scarps, og det viser sig, at scarpsene har stor indflydelse på dem. Endvidere viser vores model at det burde være muligt at finde samme årlagsrækkefølge i forskellige scarps. Hvis scarpsene samtidig bevæger sig indad, begynder partikelbanerne at krydse hinanden.

Er hastigheden tilstrækkelig lille, forstyrres billedet af partikelbaner der ender i scarpsene ikke mærkbart, men jo hurtigere scarpsene bevæger sig, jo mere ligner de banerne fra et almindeligt Vialovprofil. Dette stemmer fuldt overens med hvad David Fisher opnåede.

Kobles temperaturen af iskappen til Milankovitch-perioderne, ændres overfladen en lille smule, dog mest tydeligt ved scarpsene. Dette antyder at iskappen tilsyneladende har lettere ved at danne scarps når temperaturen varierer. Med andre ord bliver mekanismen der danner scarps forstærket af Milankovitch-effekten. En kørsel, hvor scarpsene bevægede sig samtidig med at temperaturen oscillerede, viste samme tendens og desuden forskubber udsvingene i

residualet sig i overensstemmelse med hvor ablationszonerne befinder sig. Usikkerheden på højden af iskappen er dobbelt så stor som det fundne residual, men da kørslerne blev gentaget og samme resultat opnået kan man afvise at det er en tilfældighed.

Modellen viser at efter 100-110 mio. år, hvor iskappen tilsyneladende har været i ligevægt i mange år, trækker den sig pludselig tilbage og efterlader en mindre iskappe foran sig. Dette er også hvad man kan observere på Mars; små iskapper et stykke fra den store. Imidlertid kan vi ikke afvise at det snarere er programmet der pga. antagelserne er for simpelt, end en afspejling af hvad der virkelig sker, bl.a. fordi den lille iskappe har en meget spids form, der ikke virker realistisk. Man må derfor konkludere at programmet skal anvendes med forsigtighed, hvis der er tale om tidsskalaer længere end 70 mio.år. Imidlertid mener vi ikke at det drager programmets øvrige resultater i tvivl. At modellen har relevans for iskappen på Mars, kan bl.a. ses ved at betragte figur 3, der viser en MOLA måling langs 160° østlig længde. Det er klart, at der må være mange processer der har indvirkning på iskappens overfladeprofil, dog er det tydeligt at modellens genererede scarps minder om dem på figuren.



Figur 22: Fishers resultater fra 2000.

6.1 Mulighed for videreudvikling

Som nævnt i afsnit 4.1, bygger modellen på en lang række antagelser, der gør programmet mindre beregningstungt. Derfor er der rig mulighed for at udvide programmet og medtage flere parametre.

En oplagt måde at optimere modellen, er at lade temperaturen variere i iskappen. Antagelsen om en konstant temperatur er meget simplificerende da temperaturen stiger ned gennem iskappen, pga. den geotermiske varme, der udstråles fra undergrunden. Desuden vil luften over iskappen blive koldere, jo højere man kommer op, dvs. man kunne indbygge en lapse-rate (temperaturafhængighed af højden) i overensstemmelse med atmosfæren. Man kan også indbygge en variation af solindstråling fra randen til isdeleren, hvilket vil skabe en temperaturgradient henover iskappen.

Værdien af n er en anden mulighed for variation. Den anvendte værdi er baseret på målinger fra Jorden og det vides ikke hvor meget anderledes den er for Mars. Imidlertid vil n primært påvirke hastigheden af flydningen, hvorimod selve partikelbanerne ikke burde ændre sig væsentligt [Hvidberg, 2003].

Massebalancen der anvendes i modellen er lille i forhold til hvad man har vurderet nedbøren til på Mars. Det er også blevet forsøgt at køre modellen med en dobbelt så stor massebalance - altså svarende til David Fishers værdier (se figur 22), men det gav et profil hvor isen ikke kunne nå at flyde ind i scarpsene, så det blev forkastet. Der er dog mulighed for at variere massebalancen, f.eks. definere flere eller færre ablationszoner, eller lave en kørsel hvor der er akkumulation over hele kappen, bortset fra randen hvor ablationszonen vokser indad, deler sig i to og således genererer scarpsene.

Som nævnt tidligere undersøges afhængigheden af Milankovitch-effekten, men uden at massebalancen ændres. Dog er nedbørsmængden efter al sandsynlighed afhængig af temperaturen, og en kobling af Milankovitch-perioderne til massebalancen vil kunne afklare hvorvidt den forstærkende mekanisme, vi opnår i vores program, afspejles i virkeligheden.

6.2 De katabatiske vindes indflydelse på iskappens form

Ud fra programmet kan det konkluderes at en akkublationsmodel vil danne fordybninger i iskappen. Dette er imidlertid ikke nok til at forklare de observerede scarps (se figur 3). Andre forstærkende mekanismer for dannelsen af scarps kunne for eksempel være katabatiske vinde, et fænomen der ikke er blevet behandlet her, men som også kan have betydning for iskappernes form. Disse vinde er drevet ved at luften bliver afkølet på et plateau, f.eks. på en iskappe, hvorved den bliver tungere end den omgivende luft og derfor falder ned ad plateauet vha. tyngdekraften. Vindene er karakteriseret ved at følge stort set samme mønster altid. På Jorden er der meget kraftige katabatiske vinde på Grønland og især på Antarktis.

På Mars er midten af den nordlige iskappe stort set sammenfaldende med den geografiske nordpol. Derfor vil vinde, der starter på midten af iskappen og blæser ud mod randen, blive afbøjet af corioliskraften vinkelret på spiralerne. Dette kan være en af årsagerne til at man

ser det meget karakteristiske scarp-mønster på iskapperne på Mars. Da iskapperne på Mars ikke er specielt dynamiske, kan man derfor godt forestille sig at de katabatiske vinde får mulighed for at erodere sig ned i isen [Howard 2000].

7 Konklusion

Formålet med dette projekt har været at rekonstruere David Fishers flydemodel for Mars' nordlige iskappe og afprøve de opnåede resultaters gyldighed. Det er lykkedes at beregne partikelbaner, der er i god overensstemmelse med gældende teori for iskapper både på Jorden og på Mars. Som forventet er de indre hastigheder i iskappen domineret af overfladen og der opnås partikelbaner der, ligesom i David Fishers model, ender i et scarp. Man kan således ved scarpsene observere lag, der stammer fra forskellige dele af iskappen, hvilket understøttes af satellitbilleder der viser diskontinuiteter i lagene.

Desuden blev afhængigheden af scarpsenes indbrændingshastighed undersøgt, og det kan konkluderes at ved små indbrændingshastigheder vil partikelbanerne blive trykket sammen, mens lagdelingerne af årlagene i scarpsene vil bestå. Hvis indbrændingshastigheden derimod bliver stor, vil partikelbanerne være sammenlignelige med terrestriske iskappers, omend med mange små udsving, svarende til hver gang en ablationszone passerer henover. Sammenlignes vores resultater med David Fishers, ses det at det er lykkedes at reproducere hans model godt, vi har således opnået isokroner og partikelbaner med samme karakteristiske mønster. En sidste faktor vi inkluderede i modellen var Milankovitch-perioder, som viste sig at have en forstærkende effekt på dannelsen af scarpsene.

Vores konklusion er derfor, at der er opnået meget fine resultater med programmet, ligesom modellen for bevægelige scarps og for en tidsvariation af temperaturen gav gode resultater, og modellen er afgjort værd at arbejde videre med.

8 Referencer

Litteratur

- [Clifford et al, 2000] The State and Future of Mars Polar Science and Exploration, *Icarus* 144, 210-242
- [Costard 2003] Costard et al. 2003, Chasma Boreale: The role of supra-glacial erosion. *Lunar Planet, Sci. Conf. 34th* Abstract 1354.
- [Fishbaugh 1999] Fishbaugh, K, and J.W.Head, 1999a. North polar region of Mars: Topography of circumpolar deposits from MOLA data. *Lunar Planet. Sci. Conf. 30th*, Abstract 1401.[CD-ROM]
- [Fishbaugh and Head 1999b] Fishbaugh and Head 1999b. The Geometry of Chasma Boreale, Mars using MOLA data: A test of the catastrophic outflow hypothesis of formation *The Fifth International Conference on Mars*, Lunar and Planetary Institute, No.6871.[CD-ROM]
- [Fisher, D. 1993] Fisher, D. 1993. If Martian Ice Caps Flow: Ablation Mechanisms and Appearance. *Icarus* 105, 501-511
- [Fisher, D. 1999] Fisher, D. 1999. Internal Layers in an "Accublation" Ice Cap: A Test for Flow. *Icarus* 144, 289-294
- [Howard, 2000] The Role of Eolian Processes in Forming Surface Features of the Martian Polar Layered Deposits, *Icarus* 144, 267-288
- [Hvidberg, 2003] Relationship between Topography and Flow in the North Polar Cap on Mars, *Annals of Glaciology*, 27
- [Hvidberg] Polar Caps i "Water on Mars and Life"(ed. T. Tokano), Springer, Berlin, in press.
- [Ivanov and Muhleman] The Role for the Formation of the Northern Ice Cap: Results from the Mars Orbiter Laser Altimeter *Icarus* 144, 436-448
- [James, 2000] James et al. 2000. The 1997 spring regression of the martian south polar cap: MOLA observations. *Icarus* 144, 410-418
- [Kieffer, 1976] Kieffer et al. 1976. Martian north pole summer temperatures: Dirty water ice. *Science* 194, 1341-1344
- [Larsen,J. and D. Dahl-Jensen, 2000] Larsen,J. and D. Dahl-Jensen, 2000. Interior temperatures of the northern polar cap on Mars. *Icarus*, 144(2), 456-462

- [Laskar et al. 2002.] Laskar et al. 2002. Orbital forcing of the martian polar layered deposits. *Nature* 419, 375-377
- [Milkovich and Head, 2003] North Polar Cap of Mars: Correlation of Layers within and between Trough, *Third Mars Polar Science Conference*
- [MOLA] <http://ltpwww.gsfc.nasa.gov/tharsis/mola.html>
- [Nye et al. 2000] Nye et al. 2000. The instability of a south polar cap on Mars composed of carbon dioxide. *Icarus*, 144, 449-455
- [Paterson, 2002] The Physics of Glaciers, third edition. *Butterworth and Heinemann, printed in Oxford*
- [Toon et al. 1980] Toon et al. 1980. The astronomical theory of climatic on Mars. *Icarus* 44, 552-607
- [Tourma and Wisdom 1993] Tourma and Wisdom 1993. The chaotic obliquity of Mars. *Science* 259, 1294-1297
- [Weiss, B.P and A.P Ingersoll 2000] Weiss, B.P and A.P Ingersoll 2000. Cold Spots in the martian polar regions: Evidence of carbon dioxide depletion? *Icarus*,144, 432-435
- [Zuber et al. 1998] Zuber et al. 1998. Observations of the north polar region of Mars from the Mars Orbiter Laser Altimeter. *Science* 282, 2053-2060

Figurliste

Forsidebillede: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>

Figur 1: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>

Figur 2: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>

Figur 3: www.gfy.ku.dk/~ddj/Marsmodel.jpeg

Figur 4: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>

Figur 5: Venstre: [Fisher, 1993] og højre: [Paterson, 2002]

Figur 7: [Fisher 1993]

Figur 21: Venstre: <http://photojournal.jpl.nasa.gov>. Højre: Laskar et al, 2002

Figur 22: [Fisher 2000]

APPENDIX

9 Appendix

9.1 Implicit metode

Her er H højden af iskappen, der afhænger både af tid og x -koordinat, der betragtes kun isflydning i en dimension med index i løbende over x -aksen og j i tid. I computermodellen bruges følgende tilnærmelser

$$\frac{\partial H_i^j}{\partial t} \approx \frac{H_i^{j+1} - H_i^j}{dt} \quad (\text{A-1})$$

$$\frac{H_i^{j+1} - H_i^j}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H}{\partial t} \Big|_i^j + \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_i^{j+1} \right) \frac{\partial H_i^j}{\partial x} \approx \frac{H_{i+1}^j - H_i^j}{dx} \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{\partial^2 H_i^j}{\partial x^2} \approx \frac{H_{i+1}^j - 2H_i^j + H_{i-1}^j}{dx^2} \quad (\text{A-3})$$

Fra (15) fås nu

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_i^j &= A_r^* \left\{ (n+2)(H_i^j)^{n+1} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_i^j \right)^{n+1} \right. \\ &\quad \left. + n(H_i^j)^{n+2} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_i^j \right)^{n-1} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \Big|_i^j \right\} + a \\ &= A_r^* \left\{ (n+2)(H_i^j)^{n+1} \left(\frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \right)^{n+1} \right. \\ &\quad \left. + n(H_i^j)^{n+2} \left(\frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \right)^{n-1} \left(\frac{H_{i+1}^j - 2H_i^j + H_{i-1}^j}{dx^2} \right) \right\} + a \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

I computermodellen er denne ligning blevet lineariseret ved hjælp af matricerne

$$C_{i-1}^j = A_r^* n (H_i^j)^{n+2} \left(\frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \right)^{n+1} \frac{1}{dx^2} \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{aligned} C_i^j &= A_r^* \left((n+2)(H_i^j)^n \left(\frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \right)^{(n+1)} \right. \\ &\quad \left. - n(H_i^j)^{(n+2)} \frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \frac{2}{dx^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$C_{i+1}^j = A_r^* n (H_i^j)^{n+2} \left(\frac{H_{i+1}^j - H_{i-1}^j}{2dx} \right)^{n+1} \frac{1}{dx^2} \quad (\text{A-7})$$

til

$$\frac{\partial H}{\partial t} \Big|_i^j = C_{i-1}^j H_{i-1}^j + C_i^j H_i^j + C_{i+1}^j H_{i+1}^j + a \quad (\text{A-8})$$

Dette indsættes nu to gange i (A-2), hvilket giver

$$\begin{aligned}
\frac{H_i^{j+1} - H_i^j}{dt} &= a + \frac{1}{2}C_{i-1}^j H_{i-1}^j + C_i^j H_i^j + C_{i+1}^j H_{i+1}^j \\
&\quad + \frac{1}{2}C_{i-1}^{j+1} H_{i-1}^{j+1} + C_i^{j+1} H_i^{j+1} + C_{i+1}^{j+1} H_{i+1}^{j+1} \Rightarrow \\
0 &= a + \frac{1}{2}H_{i-1}^j C_{i-1}^j + H_i^j \left(\frac{1}{2}C_i^j + \frac{1}{dt} \right) + \frac{1}{2}H_{i+1}^j C_{i+1}^j \\
&\quad + \frac{1}{2}H_{i-1}^{j+1} C_{i-1}^{j+1} + H_i^{j+1} \left(\frac{1}{2}C_i^{j+1} - \frac{1}{dt} \right) + \frac{1}{2}H_{i+1}^{j+1} C_{i+1}^{j+1}
\end{aligned} \tag{A-9}$$

Denne ligning kan opskrives på matriceform, og H_i^{j+1} isoleres

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{C}}^j \underline{\underline{H}}^j + \underline{\underline{C}}^{j+1} \underline{\underline{H}}^{j+1} + \underline{\underline{a}} &= 0 \Rightarrow \\
\underline{\underline{H}}^{j+1} &= \{ \underline{\underline{C}}^{j+1} \}^{-1} (-\underline{\underline{a}} - \underline{\underline{C}}^j \underline{\underline{H}}^j)
\end{aligned} \tag{A-10}$$

Nu kan overfladeprofilet for iskappen udregnes numerisk for små tidsskridt ved at opstille C^j , C^{j+1} og massebalance a . Startprofilet for $t = 0$ er Vialovprofilet for en iskappe, hvor flydningen antages at svare til Glens flydelov

$$H(x, t_0) = H_0 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{x}{L} \right)^{4/3} \right\}^{3/8} \tag{A-11}$$

Typiske værdier for Grønlands iskappe er en højde af iskappen på midten på $H_0=3000\text{m}$ og en afstandeud til randen på $L=500.000\text{m}$ [Paterson, 2002].

9.2 Hastighedsprofil og partikelbaner

Efter udregningen af overfladeprofilet som funktion af tid og sted $H(x, t)$, findes den vertikale hastighed $u(z, t)$ ved

$$\bar{u} - u_b = \frac{2A(\rho g \sin \alpha)^n}{n+1} H^{n+1} = \frac{2A}{n+1} \tau_b^n H \tag{A-12}$$

Nu kan $\frac{\partial u}{\partial x}$ findes ved en simpel numerisk metode,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x+1) - u(x-1)}{2dx} \tag{A-13}$$

Den vertikale hastighed $w(x, z)$ beregnes alle steder i iskappen,

$$w(x, z) = w(x-1) + \frac{\partial u}{\partial x} dz \tag{A-14}$$

Ved at antage, at iskappen er i usammentrykkelig findes $\frac{\partial w}{\partial z}$,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{A-15})$$

Hastighedsprofilen benyttes til at udregne partikelbaner i iskappen numerisk, dvs et bygningsskridt vælges x_0, z_0 , hvorefter partikelbanerne udregnes i tidsskridt dt ,

$$x(i) = x(i-1) + \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z_{i-1}}^{x_{i-1}} dt \quad (\text{A-16})$$

$$z(i) = z(i-1) + \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z_{i-1}}^{x_{i-1}} dt \quad (\text{A-17})$$

Sættene af koordinater x_i, z_i kendes nu i hele iskappen, og partikelbanerne kan produceres.

9.3 Flowcharts

